

# アルゴリズム入門(11) (組み合わせゲーム)

宮崎修一  
京都大学 学術情報メディアセンター

## 二人完全情報ゲーム

二人で対戦。情報は全て公開  
例えば、将棋や囲碁

※不完全情報ゲームは、例えば  
トランプ(自分の手札を隠している場合)  
麻雀

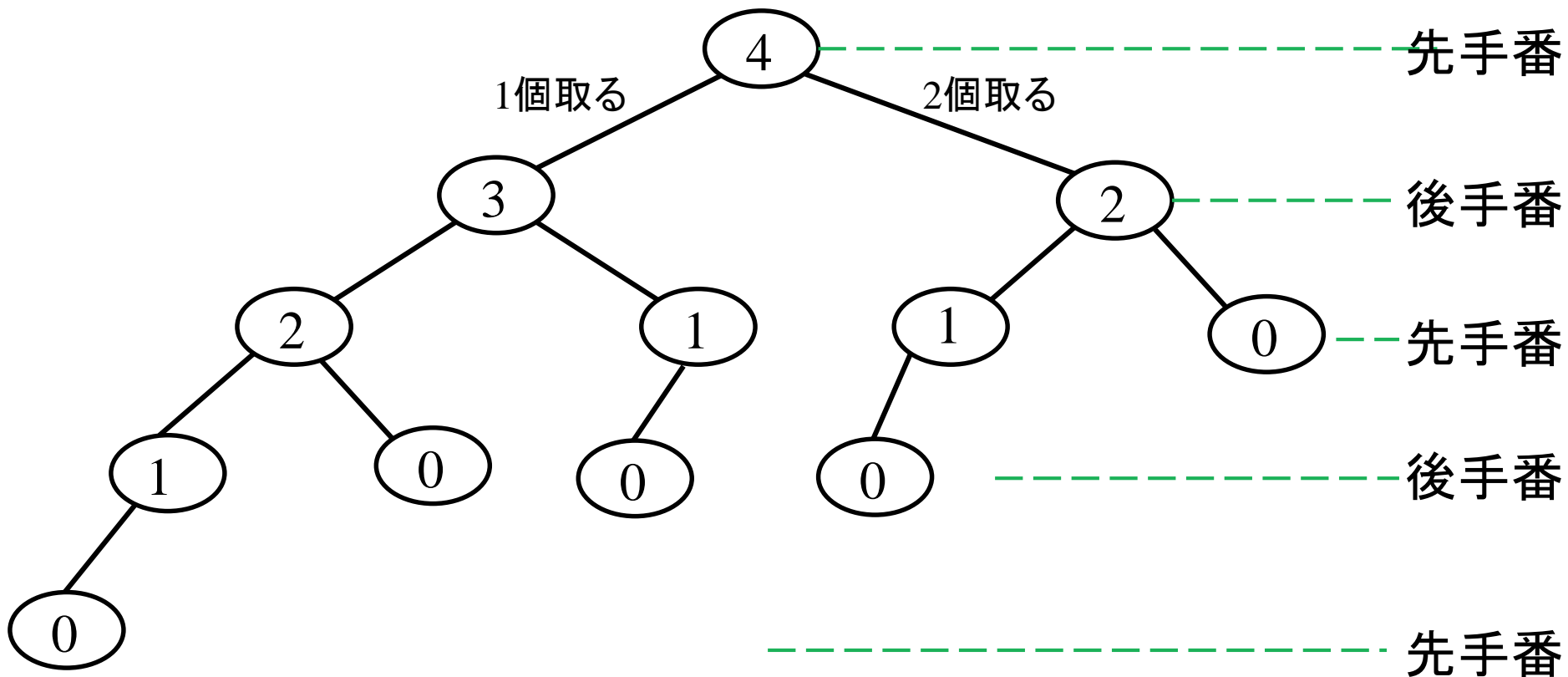
### 例:石取りゲーム

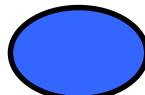
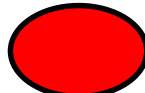


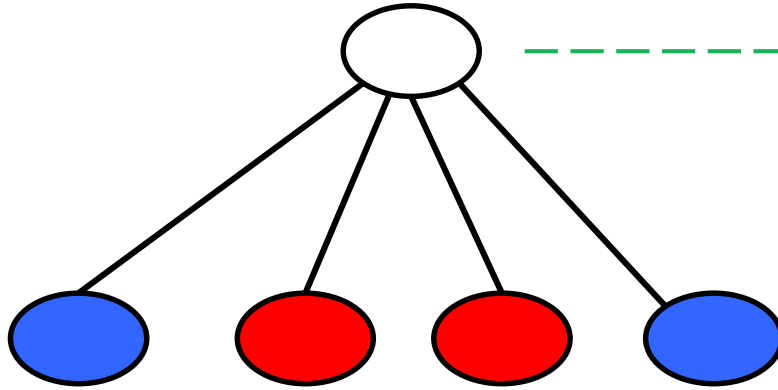
先手と後手が、交互に石を取る。取る個数は1~3個。  
最後の石を取った方が負け。

先手必勝か後手必勝かは、**ゲーム木**を使って解析できる。

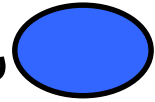
簡単のため、初期石4個、取る個数は1~2個の場合について。

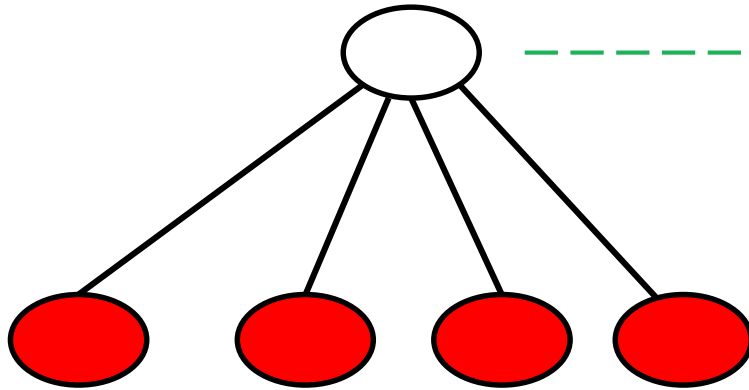


-  先手勝ち
-  後手勝ち

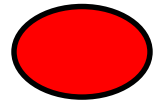


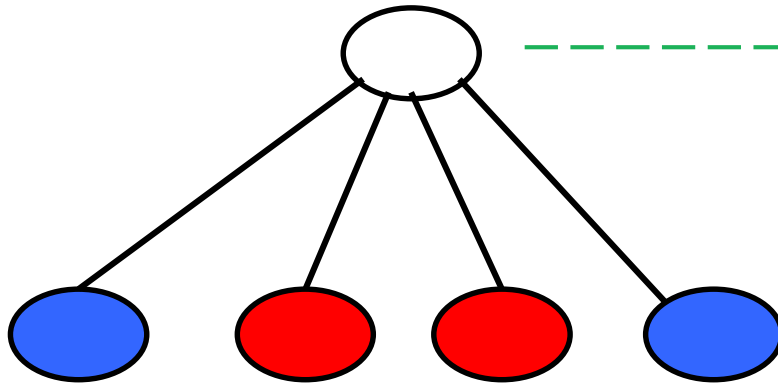
----- 先手番

下に1つでも  がある



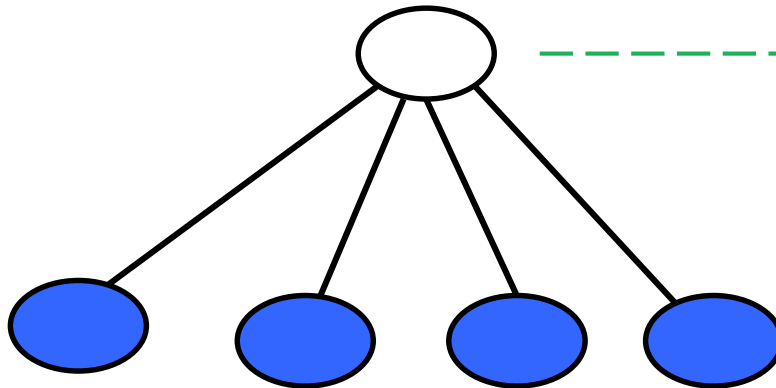
----- 先手番

下が全て  である



後手番

下に1つでも●がある



後手番

下が全て●である

このゲームは、必ず終了する。

(なぜなら、残り石の個数が毎回少なくとも1つは減るから。)

例えば、取る石の個数を0~2個としたら、終わらない可能性がある。

将棋も囲碁も、原理的にはこの方法で解析できる。

ただし、木にならず、ループする可能性がある。

(同じ局面が何度も現れる可能性があるから。)

石取りゲームの場合は、必ず終了するので、

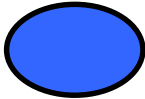
前ページのように解析していくと、

引き分けはなく、先手必勝か後手必勝かが必ず決まる。

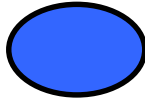
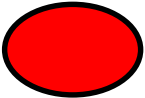
将棋や囲碁の場合、例えループしないとしても、局面が多すぎて、木を全部調べ尽くすことはできない。

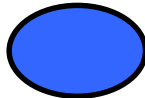
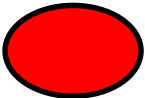
将棋: 約 $10^{220}$

囲碁: 約 $10^{360}$

先程は、 先手勝ち であった。

 後手勝ち

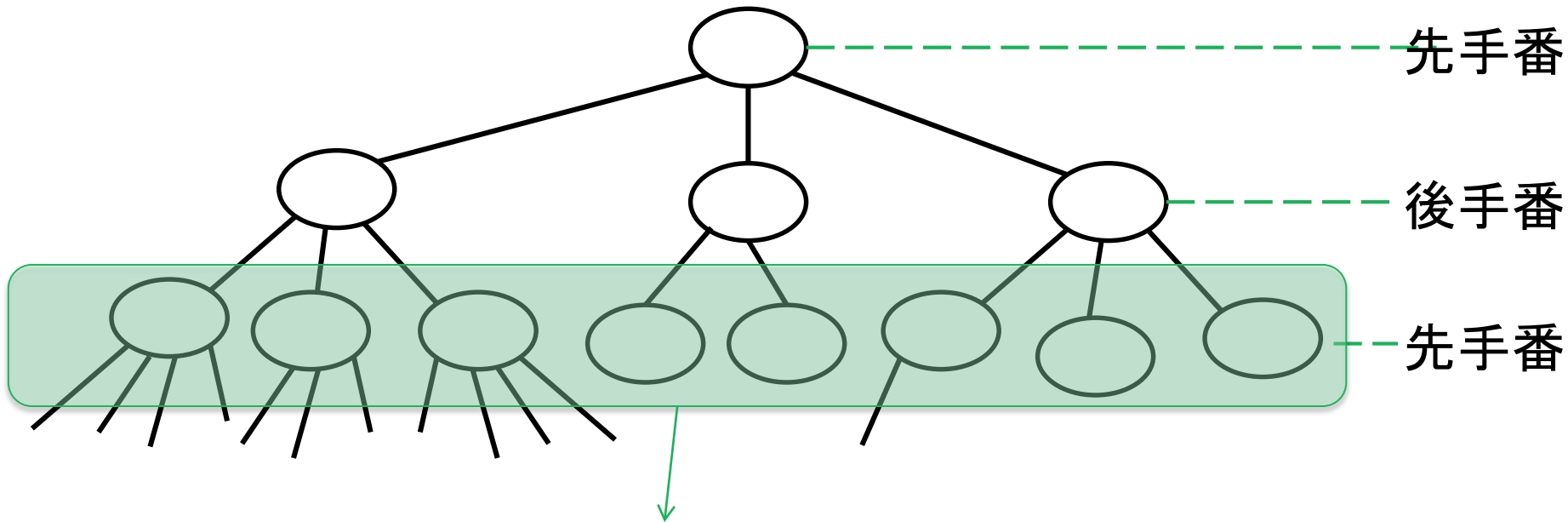
全ての葉に、 か  を付けることが出来た。

それを利用して、下から上に向かって、 か  を付けることが出来た。

将棋の場合は、最後まで展開することが出来ない。

→段数制限読み

例えば、現在の局面から2手で辿れる局面を全て列挙したとしよう。

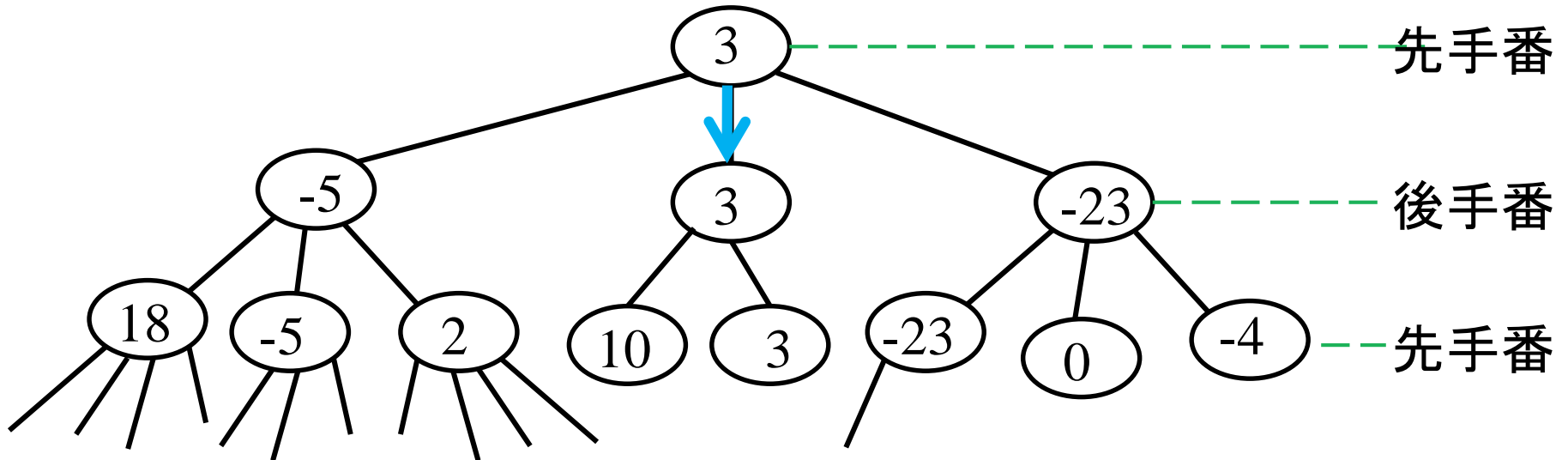


これらは途中の局面なので、先手勝ちか後手勝ちか、まだ分からない。●や●を付けることができない。



# ミニマックス(mini-max)法

● や ● の代わりに、数値を使ってその局面の「良さ」を表す。



数値が大きいほど、先手有利  
数値が小さいほど、後手有利  
0は互角

現在の局面の評価値は3

各局面の数値がいくらであるかのルールは、人間が作る。  
(例えば、駒の損得や、駒の働きや、王様の位置などから決める。)

コンピュータ将棋のプログラムは、基本的にはこのような探索をしている。

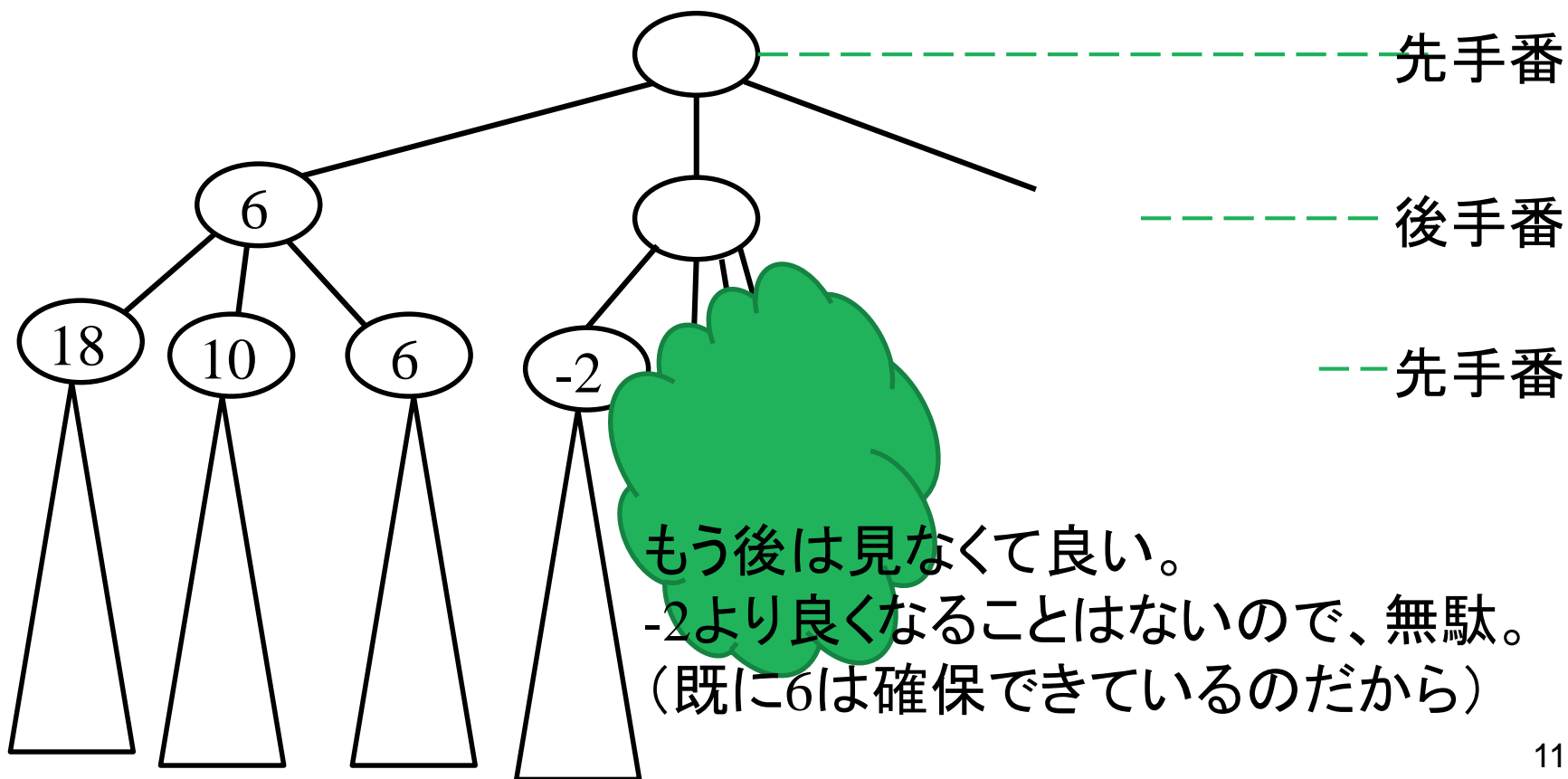
違いは、

- 評価値をどうつけるか
- どれだけ深く読むか
- どうやって無駄な探索を省くか
- 
- 
-

# 探索の効率化 ー 枝刈りー $\alpha\beta$ 法

現在の局面から10手先を読む

(図ではスペースの都合で2手目以上は省略している。)



# コンピュータプログラムの進歩

## チェス

- ・1980年代。カーネギーメロン大学、Deep Thought。  
1秒間に70万頂点をチェック。
- ・1989年～、IBM、Deep Blue。1秒間に2億頂点。3分で14手先まで読む。
- ・1990年。Deep Blue 対 カスパロフ(当時の世界チャンピオン)。2戦2敗。
- ・1996年。Deep Blue 対 カスパロフ。1勝3敗2分け。
- ・1997年。Deep Blue 対 カスパロフ。2勝1敗3分け。

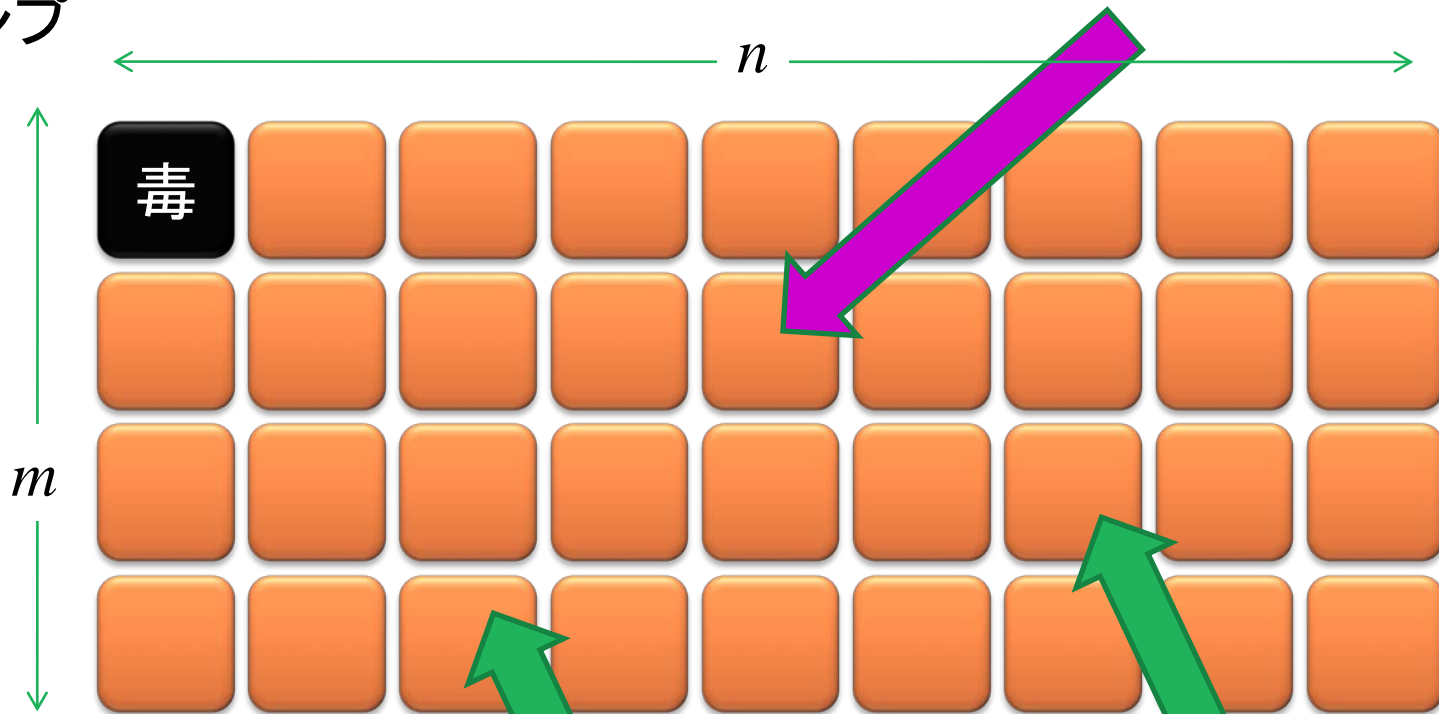
## 将棋

- ・2003年。対勝又5段。2枚落ちでコンピュータが勝利。
- ・2004年。対勝又5段。飛車落ちでコンピュータが勝利。
- ・2005年。対勝又5段。角落ちでコンピュータが勝利。
- ・2008年。アマチュアトップレベル。
- ・2010年。「あから2010」対 清水市代女流2冠。平手。あから2010が勝利。
- ・2012年。「ボンクラーズ」対 米長邦雄永世棋聖。ボンクラーズが勝利。
- ・2013年。第2回電王戦。コンピュータが3勝1敗1分で勝利。
- ・2014年。第3回電王戦。コンピュータが4勝1敗で勝利。
- ・2015年。電王戦FINAL。人間が3勝2敗で勝利。
- ・2016年。電王戦。PONANZAが山崎隆之叡王に2勝0敗で勝利。

## 囲碁

- ・2016年。AlphaGoが韓国人プロ棋士イ・セドル九段に対し4勝1敗。

チョコ



- ・  $m \times n$  の板チョコ
- ・ 左上が毒チョコ
- ・ 先手と後手で、交互にかじる (少なくとも1枚は食べないとだめ)
- ・ 1か所指定して、その右側と下側全部を食べる
- ・ 毒チョコを食べたら負け

チョコンは引き分けはない。  
(チョコが少なくとも1枚ずつ減っていくから)

チョコンは、 $m$ と $n$ が何であっても先手必勝。

(証明)

後手必勝と仮定して、矛盾を導く。  
(後手必勝でなければ先手必勝である。)

以下は授業中に

チョンプが先手必勝であることは分かった。  
しかし、今の証明は、先手必勝手順を与えてはいない。

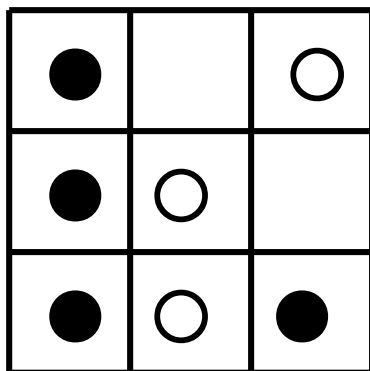
実は、先手必勝手順はあまり分かっていない。  
分かっているケース。

- ・  $1 \times n$
- ・  $2 \times n$
- ・  $n \times n$

**問題:** それぞれの必勝手順を考えよ。

## 3目並べ

先手と後手が、交互に「●」と「○」を描いていく。  
3つ並べれば勝ち。



このゲームは、どちらも最適に行動すれば、引き分けになる。  
(空きマスが減っていくので、ゲーム自体は必ず終わるが、  
●も○も並んでいない終了局面があることに注意。)

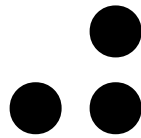
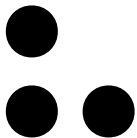


## このゲームを一般化

- ・盤面は無限に広い
- ・3つ並べるのではなく、定められた**目標の形**を作る。
- ・先手は目的の形を作れば勝ち。後手は作らせなければ勝ち。

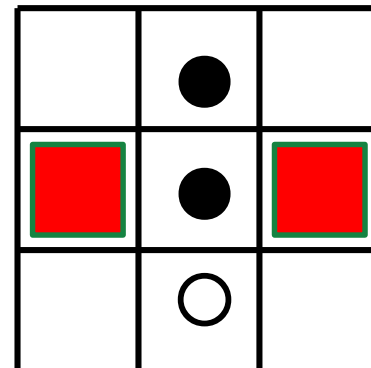
例えば、 ● ●  
●

(「90度回転」や「裏返し」でもOK。)

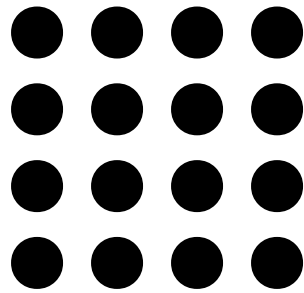


これは先手必勝。

ダブルリーチ。  
1手で両方は防げない。



例えば、目標形が



これだと、先手は勝てそうにない。

目標形に応じて、先手勝ちか後手勝ちかを定めていく。

1個 ●

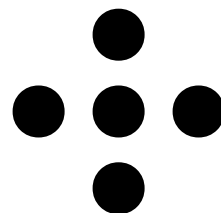
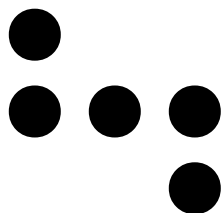
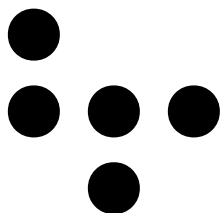
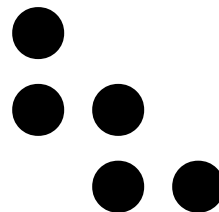
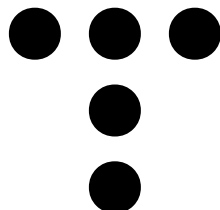
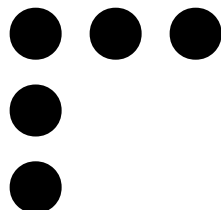
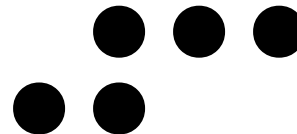
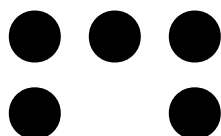
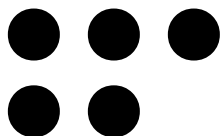
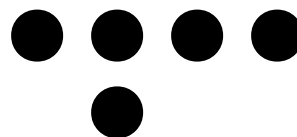
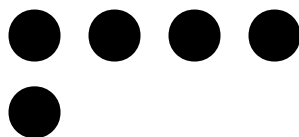
2個 ● ●

3個 ● ● ●      ● ●  
                            ●

4個 ● ● ● ●      ● ● ●      ● ● ●      ● ●  
                            ●                      ●                      ● ●

● ●  
    ● ●

5個



1個 ●

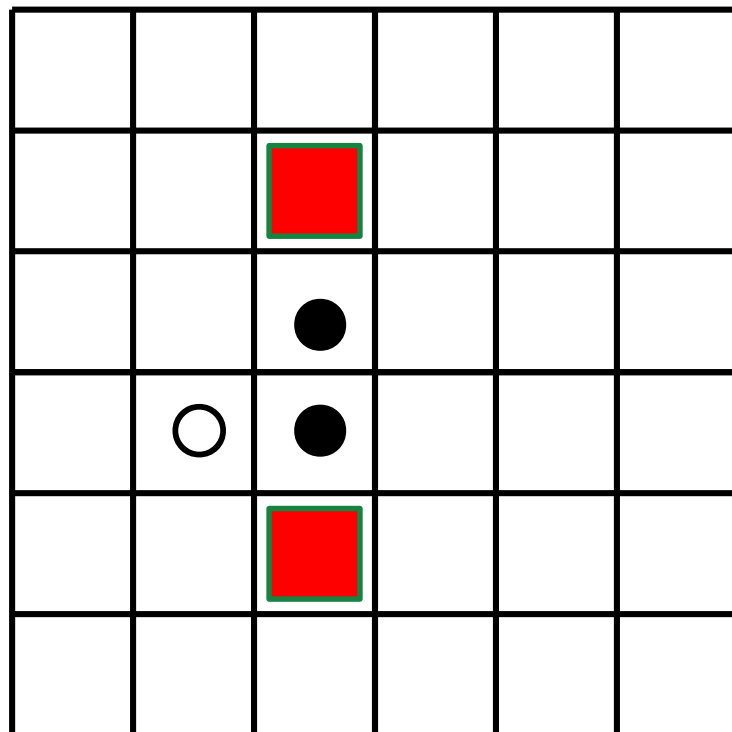
自明に先手必勝

2個 ● ●

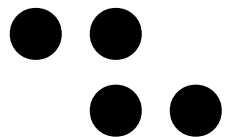
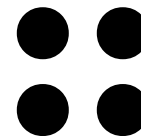
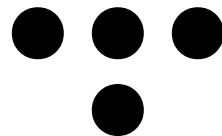
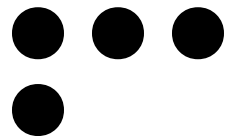
3個 ● ●  
●

既にやった。

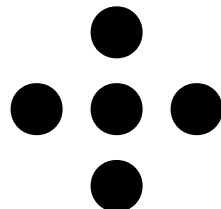
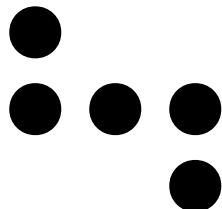
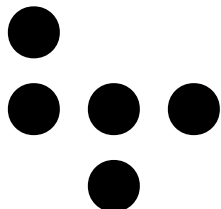
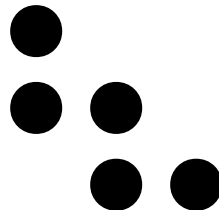
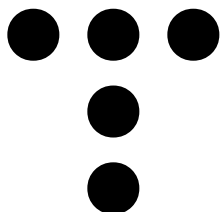
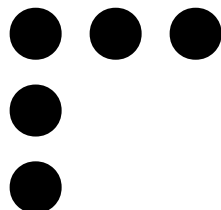
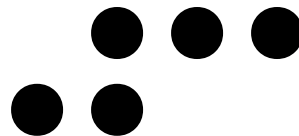
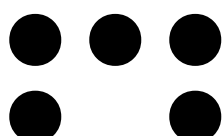
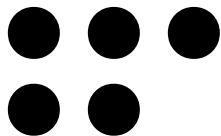
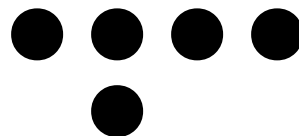
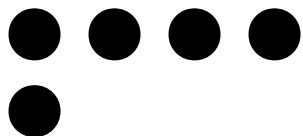
● ● ●



4個



5個



6個

例えば ● ● ● ● ● ● は後手必勝。

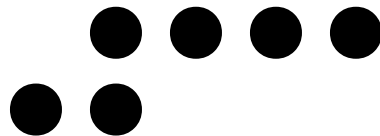
なぜなら ● ● ● ● ● が後手必勝だから。

後手必勝の形を部分的に含んでいれば、後手必勝である。

7個以上は後手必勝

6個は、1つを残して後手必勝

唯一の未解決形



スネーキー