

A06: 幾何的配置問題の計算量限界と近似可能性の研究

加藤直樹, 大崎 純, 瀧澤重志 (京都大学)
田村明久 (慶応大学)

2007年5月14日

1

研究成果

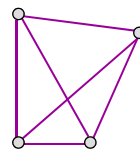
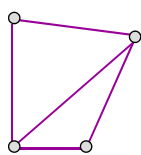
1. 無交差ラーマングラフ列挙アルゴリズムの開発
2. 辺長種類数を限定した三角形メッシュ生成
3. 避難計画問題

2

無交差ラーマングラフ列挙アルゴリズムの開発

• ラーマンフレームワーク

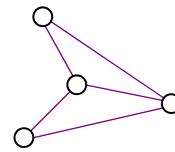
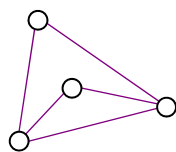
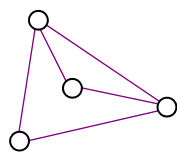
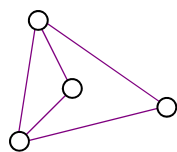
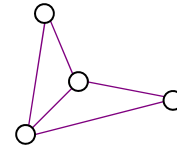
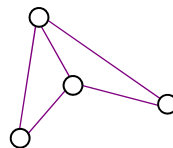
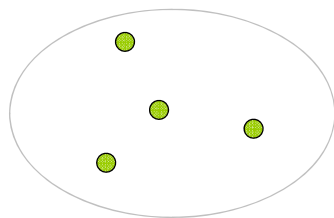
– 一般の点配置上において, 最小数の辺(棒)で剛なフレームワーク (minimally rigid framework), を静定フレームワーク又はラーマンフレームワーク (isostatic, or Laman) という.



- $m = 2n - 3$,
- $n' (> 1)$ 頂点から成る任意の誘導部分グラフの辺数が $2n' - 3$ 以下.

3

与えられた点集合に対する無交差ラーマンフレームワークをすべて列挙したい



4

得られた成果

$O(n^3)$ アルゴリズム (一つの出力あたり) ← reverse search
 COCOON 2006, also to appear in Graphs and Combinatorics
 無交差 Laman グラフ どのフリップの特徴付け
 Avis, 加藤, 大崎, Streinu, 大崎, 谷川

指定された辺の部分集合を含むという制約を満たす
 ラーマングラフ列挙問題
 $O(n^3)$ アルゴリズム (一つの出力あたり) ← reverse search
 to appear in Discrete and Computational Geometry
 Delaunay 三角形分割
 Avis, 加藤, 大崎, Streinu, 大崎, 谷川

5

応用

バイステーブル・コンプライアントメカニズム
 の最適設計

コンプライアントメカニズム:

柔軟な要素(部材)をもつ機構
 小さい入力(変位)により大きい出力変位



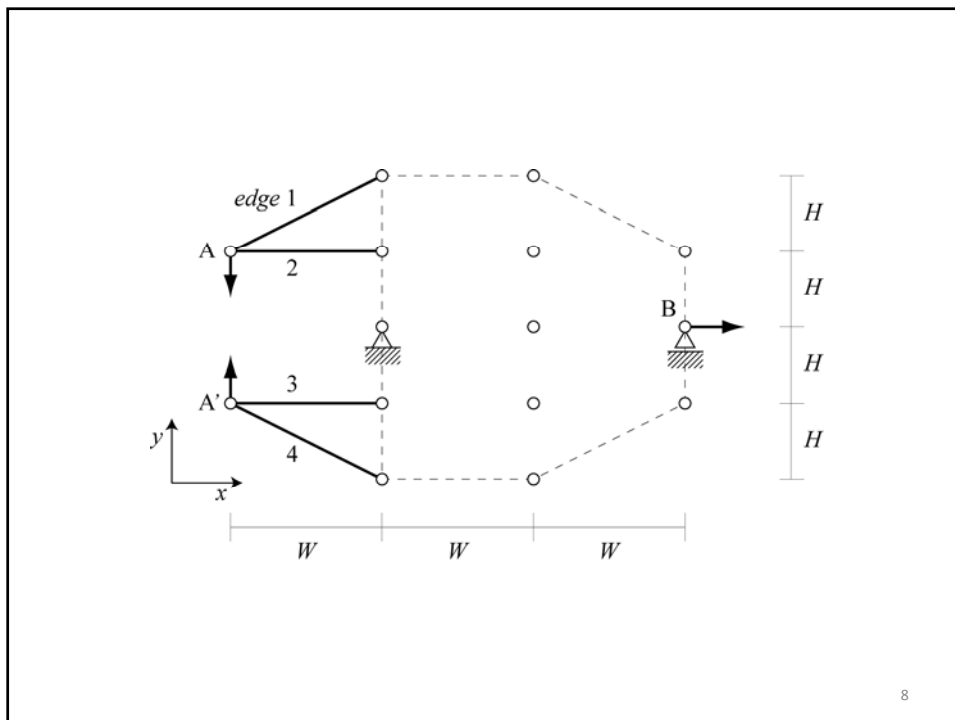
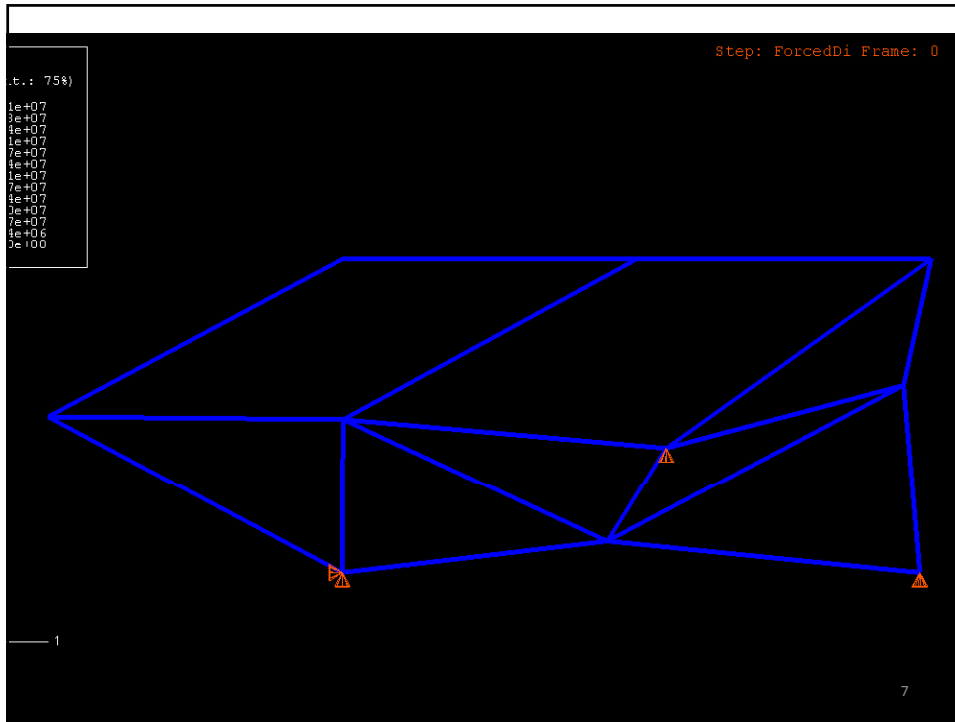
バイステーブル・コンプライアントメカニズム:

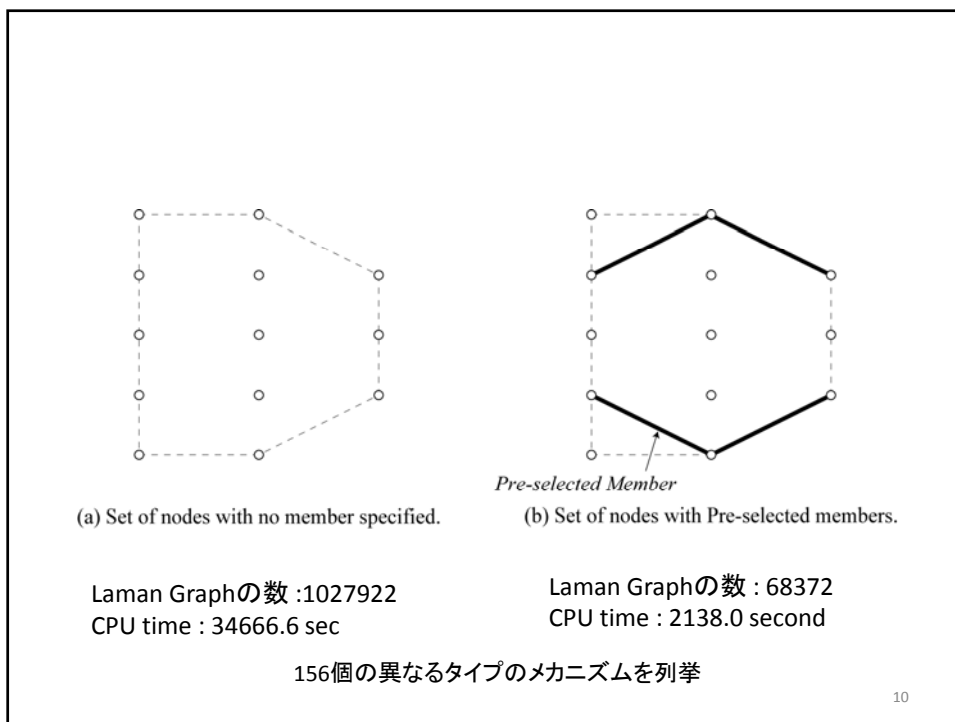
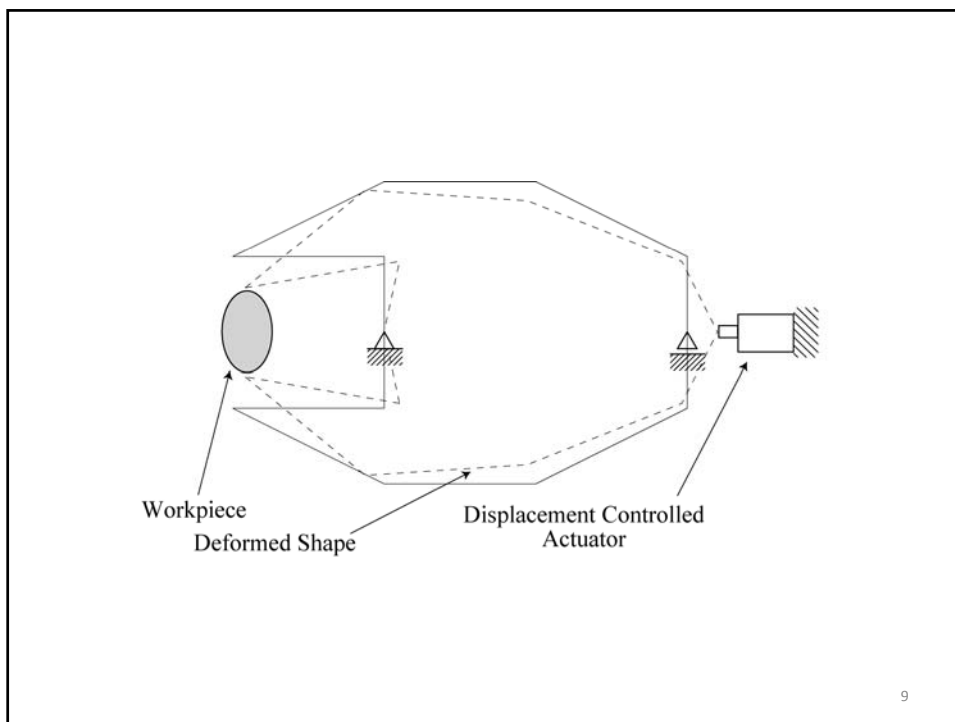
大変形
 2つの自己釣合い状態
 スナップスルー(座屈)を利用
 変形を維持するための外力が不要

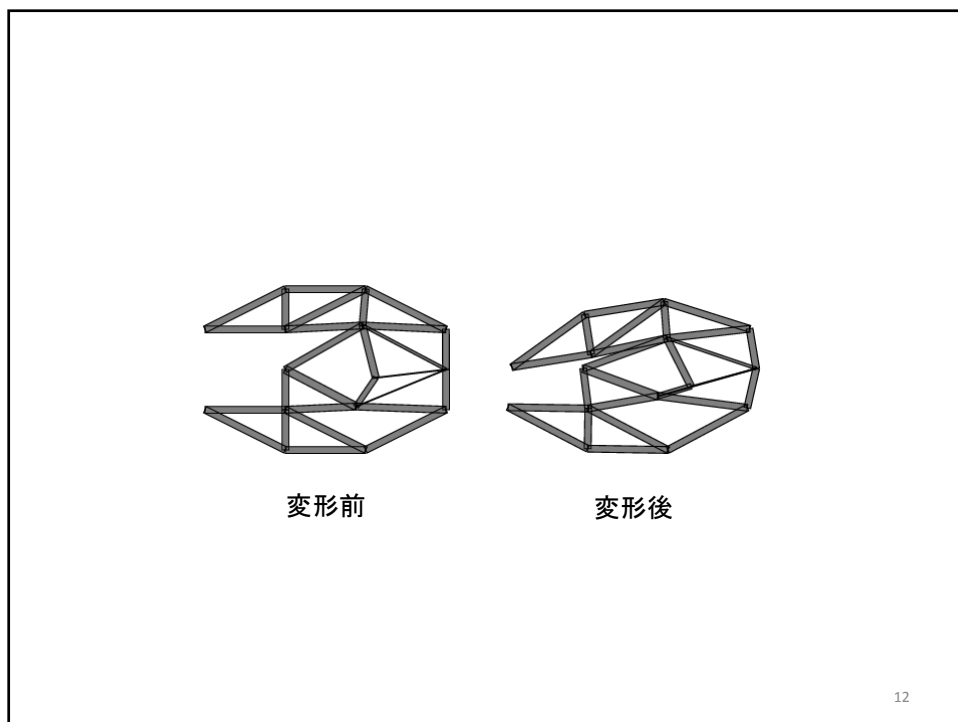
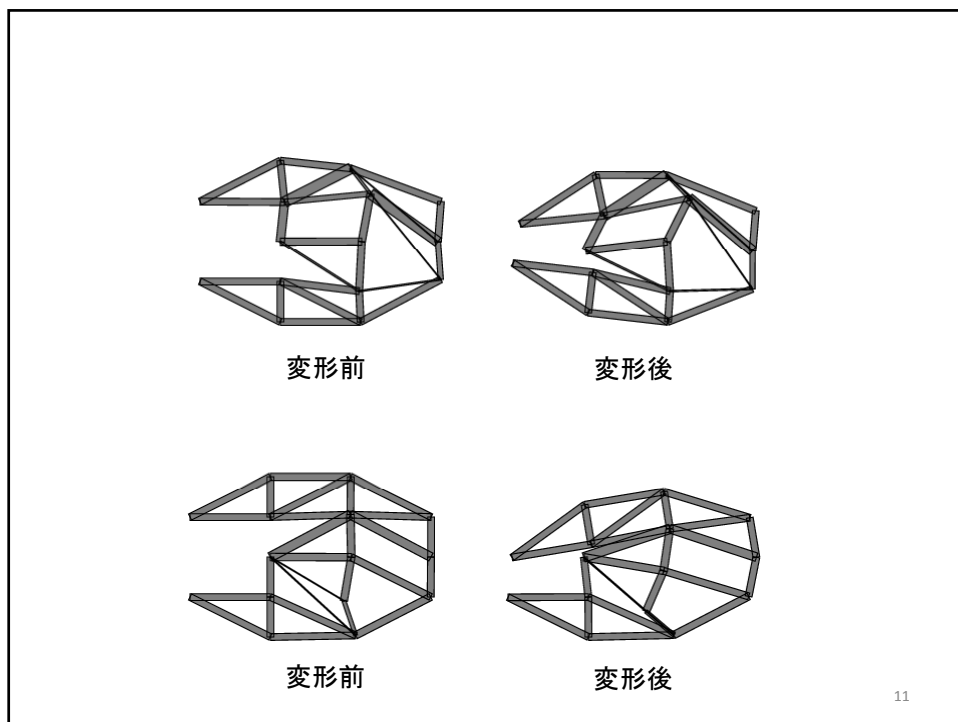


グリッパー

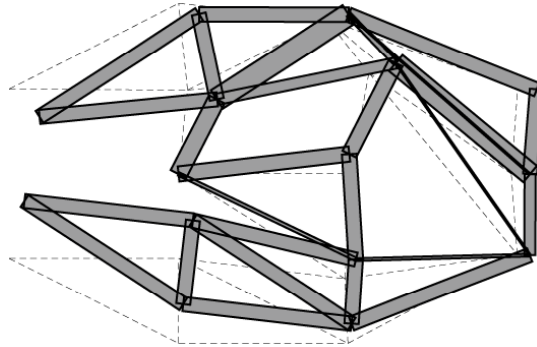
6





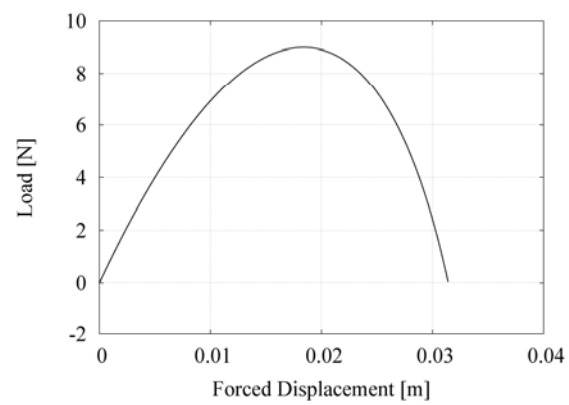


変形の様子



13

アクチュエータの Force-Displacement 関係



14

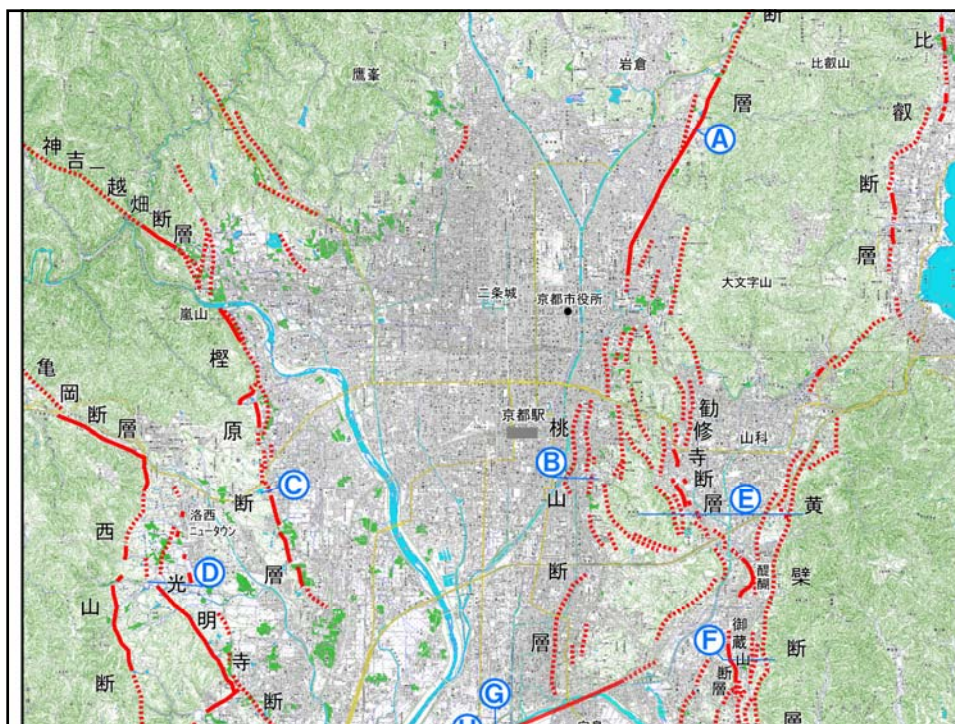
避難計画問題

◆災害時に避難者を安全な場所へ、もっとも早く避難させることのできる避難計画を求める問題

大阪市の
避難マップ



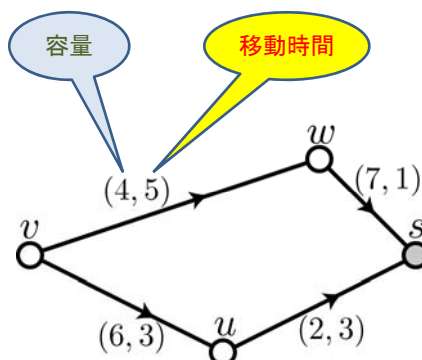
15



避難の数理モデル化

ネットワークフローを用いて数理モデル化

ただし、通常のネットワークフローとは異なっている

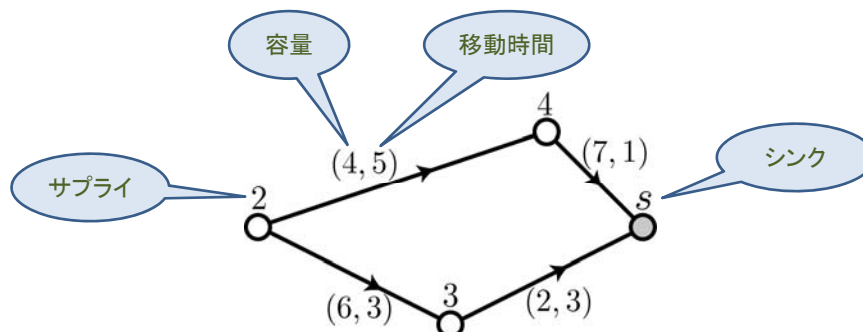


17

避難の数理モデル化(続き)

入力: 動的ネットワーク

出力: 全てのサプライをシンクまで流すのに必要な最小時間, およびそのフロー

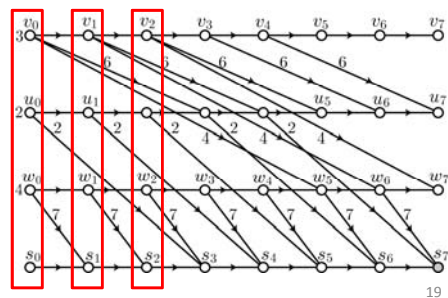
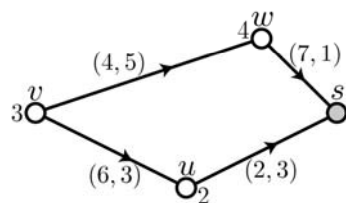


18

既存研究

◆時間拡大ネットワーク⇒擬多項式時間アルゴリズム

パラメータの設定次第ではサイズが膨大になってしまう..

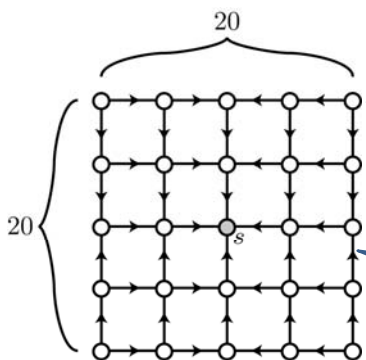


19

既存研究(続き)

◆数値実験(京都市の広域避難所一つ程度の規模)

パラメータの値を変化させて20個例題を作成



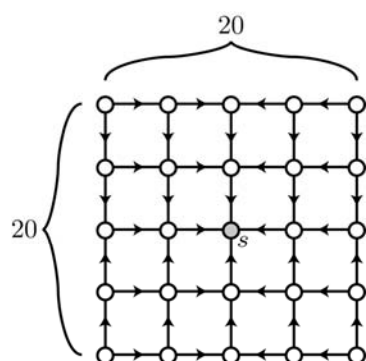
サプライは25から45 (サプライ1は4人家族1つに相当)

容量は1から10 移動時間は20から40 (秒速50cmから1m)

20

既存研究(続き)

- ◆ 数値実験(京都市の広域避難所一つ程度の規模)



パラメータの値を変化させて
20個例題を作成

例題一つあたり平均24分

時間拡大ネットワーク
が巨大なため、そちら
の方が特に問題

21

既存研究(続き)

- ◆ 時間拡大ネットワークを使わないアルゴリズム



- 一般のネットワークに対する多項式時間アルゴリズム (Hoppe, Tardos 2000)
- ネットワークのクラスを限定した研究
 - Uniform Path-Lengths (Hall et al. 2003)
 - 木構造 (Mamada et al. 2006)

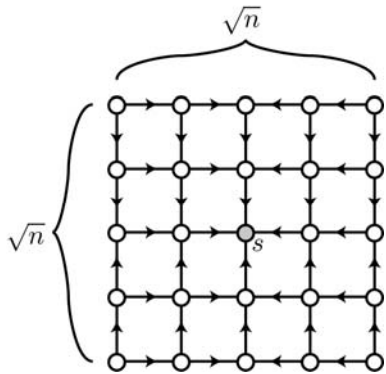
22

研究成果(AAIM2006 神山, 加藤, 瀧澤)

入力が単位容量の
グリッドネットワーク



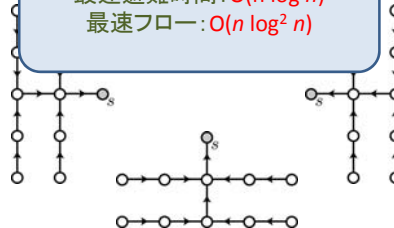
ネットワーク制約化の資源配分問題に帰着



補題

グリッドネットワークが以下の
辺素な部分グラフを含んでいる

最速避難時間: $O(n \log n)$
最速フロー: $O(n \log^2 n)$



23

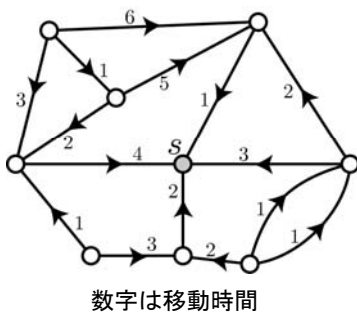
研究成果(続き、AAIM2007, 神山, 加藤, 瀧澤)

単位容量のグリッド
ネットワークを一般化



- Uniform Path-Lengths
- 最小カットがシンク周り

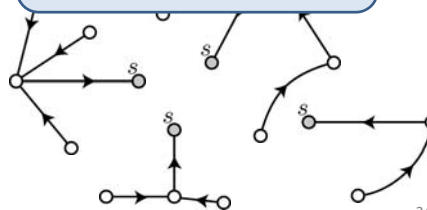
限定パラメトリック
フロー問題に帰着



グリッドの場合の辺素な部分
グラフを含む; 補題を拡張

非閉路単位容量の場合
最速避難時間: $O(m^2 \log n)$
最速フロー: $O(m^{3/2})$

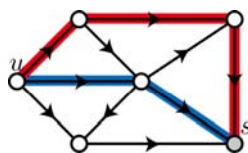
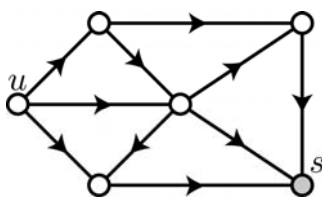
木の一
般化



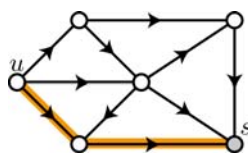
24

さらに現実的に

避難経路はそれぞれの点に対して一つの方が好ましい



No



Yes

この制約下での避難計画問題はNP困難

25

その他の成果

1. 辺制約付き無交差全域木列挙アルゴリズム $O(n^2)$
COCOON 2007 加藤, 谷川
2. テンセグリティ構造の安定性条件
(prestress stability, super stability)
Int. J. Non-Linear Mechanics 2006,
Int. J. Solids, Strut. 2006 大崎, 張
3. 辺長種類数を限定した三角形
メッシュ生成
AAIM 2006, IEICE2006 加藤, 谷川



26